

# 基于 TOPSIS 的区间三角模糊集群决策方法

李敏 苏变萍 张强强

(西安建筑科技大学,西安,710055)

**摘要** 在多属性决策方法中,因为每个专家都有他自己的知识和专长,因此对于不同的属性不同的专家就会有不同的权重.在区间三角模糊集上提出了一种基于 TOPSIS 的确定专家权重的新方法.该方法在评价值接近正理想点并且同时远离负理想点时会被赋予一个较高的专家权重;反之,评价值就会被赋予一个小的专家权重;经验证,通过该方法确定的专家权重对于解决实际的决策问题效果显著.进而提出了一种属性权重信息在不同情形下的区间三角模糊集多属性群决策方法:包括属性权重完全已知,部分已知和完全未知,并且通过实例验证了该方法的可行性和有效性.

**关键词** 多属性群决策方法 区间直觉模糊集 权重 TOPSIS

## New Group Decision Making Method in Interval—triangular Fuzzy Setting Based on TOPSIS

Li Min Su Bianping Zhang Qiangqiang

(Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

**Abstract** In multiple attribute group decision making, because every expert has his own knowledge and expertise, different experts have different weights for different attributes. A new method to determine the expert's weights is put forward based on the TOPSIS method in interval—triangular fuzzy setting. If the evaluation value is close to the positive idea evaluation value and far away from the negative ideal evaluation value it will be given a large weight; Otherwise, the evaluation value will be given a small weight. Experience shows that the weight of experts determined by this method has a significant effect on solving practical decision—making problems. A new method of multiple attribute interval—valued intuitionistic fuzzy group decision making is presented in this paper, including the attribute weights are completely known, partly known and completely unknown. Finally, the feasibility and validity of this method are proved by our examples.

**Key words** Multiple attribute group decision making Interval—triangular fuzzy set Weight TOPSIS

## 1 引言

多属性群决策<sup>[1-4]</sup>是指多个专家针对具有多个属性的有限个方案进行排序和选择的一类

决策问题.目前,有关将三角模糊集应用到多属性决策方面的研究已经成了众多学者研究的主题,但是,随着社会问题的日益复杂化和科学技术的不断发展,单个决策者很难考虑到决策问题的方方面面,为了保证决策过程的科学性和合理性,在决策过程中需要包含多个决策者.目前,针对三角模糊数多属性群决策问题的研究已经取得了不错的进展<sup>[5-11]</sup>.杨雷,漆国怀<sup>[5]</sup>通过借鉴集对分析理论和统计学理论的思想,将区间三角模糊数转化为“均值+方差”二元联系数的形式,进一步提出了一种基于集对分析二元联系数的决策方法.基于此,研究了属性值和属性权重均为区间三角模糊数的多属性群决策问题.Zhang 等<sup>[6]</sup>为了确定准则权重,建立了基于传统 GRA 方法基本思想的优化模型,给出了 MCDM 扩展 GRA 方法的计算步骤,进一步提出了一种准则权重信息完全未知情形下的基于区间值三角模糊数求解 MCDM 问题的扩展灰色关联分析(GRA)方法.张市芳<sup>[7]</sup>利用给出的动态区间三角模糊加权平均(DITFWA)算子对各时段的平均值进行集成,进一步提出了一种在各决策时段的时间权重已知的情况下,基于区间三角模糊数的动态多属性群决策问题.Zhang<sup>[8]</sup>通过定义集成算子和得分函数,进一步对区间值二型模糊数的决策问题进行了研究.Ashtiani 等<sup>[9]</sup>在属性权重完全已知的情形下,提出了一种基于 TOPSIS 的区间三角模糊数决策方法.Vahdani 等<sup>[10]</sup>提出了一种属性权重完全已知的基于 VIKOR 的区间三角模糊数决策方法.要瑞璞和沈惠璋<sup>[11]</sup>定义了区间值三角模糊数几何加权均值(ITFGWM)算子.并对 Carlsson 定义的均值进行扩展,从而给出了区间值三角模糊数的均值定义.进而提出了一种基于区间值三角模糊数的模糊多属性群决策的方法,最后给出一个实例进行分析.

Hwang 和 Yoon 于 1981 年提出了 TOPSIS 方法<sup>[12]</sup>,并且被广泛地研究与应用,在 TOPSIS 方法中,一个理想方案的选择应该在接近正理想方案的同时远离负理想方案.Yang Wei 等提出了一种用 TOPSIS<sup>[13-14]</sup>确定专家权重的新方法,不过其中决策者给出的评价价值是以直觉模糊数的形式给出的,这样对于处理决策过程中的模糊性和不确定性有一定的弊端.因此,在本文中,我们对上述方法进行了改进,在决策者的评价价值是以区间三角模糊数给出的情况下,给出了一种用 TOPSIS 确定专家权重的一种新方法.该方法更有利于考虑到决策过程中的模糊性和不确定性,而且适用于方案集和属性集非常大的情况.为了将不同的决策者给出的评价价值集结为一个,我们首先定义了区间三角模糊正,负理想矩阵,然后计算每个评价价值到区间三角模糊正,负理想矩阵之间的距离,接着我们通过计算得到了每个评价价值的贴近度,进一步求得了专家权重.通过我们的方法确定的权重有两个优势:第一如果评价价值接近正理想点并且同时远离负理想点就会被赋予一个较高的权重;否则,评价价值就会被赋予一个小的权重;第二,降低了过高或过低的评价价值对排序结果的影响.并且考虑了不同属性权重信息的情况:属

性权重完全已知,部分已知和完全未知.如果属性权重完全已知,在将不同的决策者给出的评价集结为一个之后,我们用 TOPSIS 方法对决策结果进行排序;如果属性权重部分已知,我们通过求解一个线性规划模型来求得属性权重;如果属性权重完全未知,我们同样用 TOPSIS 方法得到属性权重.最后我们提出了一种与之相一致的算法,并且通过一个实例证明了该方法的有效性.

在下文中,我们首先给出了有关区间三角模糊集的基本概念;在第二部分,我们给出了一种基于 TOPSIS 的确定专家权重的新方法;同时考虑了属性权重在不同情况下的情形;在第三部分,我们用一个实例证明了该算法的有效性和可行性;在第四部分,给出了结论.

## 2 区间三角模糊集基本理论

定义 1<sup>[15]</sup> 若  $\tilde{x} = \begin{cases} (x_1, x_2, x_3) \\ (x'_1, x'_2, x'_3) \end{cases}$ , 其中  $0 < x_1 \leq x'_1 \leq x_2 \leq x'_3 \leq x_3$ , 则称  $\tilde{x}$  为一个区间三角模糊数,也可以记作  $\tilde{x} = [(x_1, x'_1); x_2; (x'_3, x_3)]$ .

下面给出两个区间三角模糊数之间的运算法则:

定义 2<sup>[16]</sup> 设任意两个区间三角模糊数  $\tilde{x} = [(x_1, x'_1); x_2; (x'_3, x_3)]$  和  $\tilde{z} = [(z_1, z'_1); z_2; (z'_3, z_3)]$ ,  $\lambda$  为任意的正实数,则有:

$$(1) \tilde{x} + \tilde{z} = [(x_1 + z_1, x'_1 + z'_1); x_2 + z_2; (x'_3 + z'_3, x_3 + z_3)];$$

$$(2) k\tilde{x} = [(kx_1, kx'_1); kx_2; (kx'_3, kx_3)], k > 0.$$

定义 3<sup>[11]</sup> 设  $\tilde{x} = [(x_1, x'_1); x_2; (x'_3, x_3)]$  为一个区间三角模糊数,定义其上界均值  $M^*(\tilde{x})$  和下界均值  $M_*(\tilde{x})$  分别为:

$$M^*(\tilde{x}) = \int_0^1 \alpha [x_3 + (x_2 - x_3)\alpha] d\alpha + \int_0^1 \beta [x'_3 + (x_2 - x'_3)\beta] d\beta = \frac{x_3 + 4x_2 + x'_3}{6}, \quad (1)$$

$$M_*(\tilde{x}) = \int_0^1 \alpha [x_1 + (x_2 - x_1)\alpha] d\alpha + \int_0^1 \beta [x'_1 + (x_2 - x'_1)\beta] d\beta = \frac{x_1 + 4x_2 + x'_1}{6}, \quad (2)$$

其中:  $\alpha, \beta \in [0, 1]$ , 由此得出区间三角模糊数  $\tilde{x}$  的区间均值为  $M(\tilde{x}) = [M_*(\tilde{x}), M^*(\tilde{x})]$ .

定义 4<sup>[11]</sup> 设任意两个区间三角模糊数  $\tilde{x} = [(x_1, x'_1); x_2; (x'_3, x_3)]$  和  $\tilde{z} = [(z_1, z'_1); z_2; (z'_3, z_3)]$ , 均值分别为  $M(\tilde{x}) = [M_*(\tilde{x}), M^*(\tilde{x})]$ ,  $M(\tilde{z}) = [M_*(\tilde{z}), M^*(\tilde{z})]$ , 则称

$$P(\tilde{x} > \tilde{z}) = \min \left\{ \max \left( \frac{M^*(\tilde{x}) - M_*(\tilde{z})}{M^*(\tilde{x}) - M_*(\tilde{x}) + M^*(\tilde{z}) - M_*(\tilde{z})}, 0 \right), 1 \right\} = \begin{cases} 1, & \tilde{x} > \tilde{z}, \\ 0, & \tilde{x} \leq \tilde{z} \end{cases} \quad (3)$$

为  $\tilde{x} > \tilde{z}$  的可能度.

对于上述定义的可能度,易证明以下结论成立.

- (1)  $0 \leq P(\tilde{x} > \tilde{z}) \leq 1$ ;
- (2)  $P(\tilde{x} > \tilde{z}) = 1$ , 当且仅当  $M^*(\tilde{z}) \leq M_*(\tilde{x})$ ;
- (3)  $P(\tilde{x} > \tilde{z}) = 0$ , 当且仅当  $M^*(\tilde{x}) \leq M_*(\tilde{z})$ .

**定义 5<sup>[7]</sup>** 设任意两个区间三角模糊数  $\tilde{x} = [(x_1, x'_1); x_2; (x'_3, x_3)]$  和  $\tilde{z} = [(z_1, z'_1); z_2; (z'_3, z_3)]$ , 则  $\tilde{x}$  和  $\tilde{y}$  的 Hamming 距离为

$$d(\tilde{x}, \tilde{z}) = \frac{1}{6} (|x_1 - z_1| + |x'_1 - z'_1| + 2|x_2 - z_2| + |x'_3 - z'_3| + |x_3 - z_3|). \quad (4)$$

### 3 区间三角模糊集多属性群决策方法

假定一个多属性群决策问题由以下条件给出: 设  $\{E1, E2, \dots, Et\}$  为专家集,  $\{A1, A2, \dots, Am\}$  为方案集,  $\{B1, B2, \dots, Bn\}$  为属性集. 决策者  $Ek$  给出方案  $Ai$  相对于属性  $Bj$  的评价值  $\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} = [(a_{ij1}^{(k)}, a'_{ij1}^{(k)}), a_{ij2}^{(k)}, (a'_{ij3}^{(k)}, a_{ij3}^{(k)})]$ ,  $k = (1, 2, \dots, t)$ , 进一步构成区间三角模糊数决策矩阵:

$$D^{(k)} = (\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)})_{m \times n} = \begin{bmatrix} \tilde{\alpha}_{11}^{(k)} & \tilde{\alpha}_{12}^{(k)} & \cdots & \tilde{\alpha}_{1n}^{(k)} \\ \tilde{\alpha}_{21}^{(k)} & \tilde{\alpha}_{22}^{(k)} & \cdots & \tilde{\alpha}_{2n}^{(k)} \\ \cdots & \cdots & \ddots & \cdots \\ \tilde{\alpha}_{n1}^{(k)} & \tilde{\alpha}_{n2}^{(k)} & \cdots & \tilde{\alpha}_{nn}^{(k)} \end{bmatrix}. \quad (5)$$

在决策方法中,应该首先将不同的决策矩阵归一化.基于 TOPSIS 方法,为了避免过高或过低的评价值对排序结果的影响,接近正理想点且同时远离负理想点的评价值应该被赋予较高的权重,否则评价值就应该被赋予一个较小的权重.因此平均评价值就可以看作是区间三角模糊正理想评价值.定义区间三角模糊正理想矩阵:

**定义 6** 区间三角模糊正理想矩阵为

$$\tilde{D}^+ = (\tilde{\alpha}_{ij}^+)_{m \times n}, \quad (6)$$

其中  $\tilde{\alpha}_{ij}^+ = (\sum_{k=1}^t \tilde{\alpha}_{ij}^{(k)}) / t$ ,  $i = 1, 2, \dots, m$ ,  $j = 1, 2, \dots, n$ ,  $k = 1, 2, \dots, t$ .

**定义 7** 区间三角模糊负理想矩阵能够被分成  $\tilde{D}_d^-$  和  $\tilde{D}_u^-$  两个部分:

$$D_d^- = (\tilde{\alpha}_{ij}^d)_{m \times n}, \quad (7)$$

$$D_u^- = (\tilde{\alpha}_{ij}^u)_{m \times n}, \quad (8)$$

其中  $\tilde{\alpha}_{ij}^d = \min_{1 \leq k \leq t} \{\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} \mid \tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} \leq \tilde{\alpha}_{ij}^+\}$ ,  $\tilde{\alpha}_{ij}^u = \max_{1 \leq k \leq t} \{\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} \mid \tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} \geq \tilde{\alpha}_{ij}^+\}$ .

$\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} = [(a_{ij1}^{(k)}, a'_{ij1}{}^{(k)}), a_{ij2}^{(k)}, (a'_{ij3}{}^{(k)}, a_{ij3}^{(k)})]$  和  $\tilde{\alpha}_{ij}^+ = [(a_{ij1}^+, a'_{ij1}{}^+), a_{ij2}^+, (a'_{ij3}^+, a_{ij3}^+)]$ ,  $\tilde{\alpha}_{ij}^d = [(a_{ij1}^d, a'_{ij1}{}^d), a_{ij2}^d, (a'_{ij3}^d, a_{ij3}^d)]$ ,  $\tilde{\alpha}_{ij}^u = [(a_{ij1}^u, a'_{ij1}{}^u), a_{ij2}^u, (a'_{ij3}^u, a_{ij3}^u)]$  之间的距离定义如下:

$$d_{ij}^+ = \frac{1}{6} (|a_{ij1}^{(k)} - a_{ij1}^+| + |a'_{ij1}{}^{(k)} - a'_{ij1}{}^+| + 2|a_{ij2}^{(k)} - a_{ij2}^+| + |a'_{ij3}{}^{(k)} - a'_{ij3}{}^+| + |a_{ij3}^{(k)} - a_{ij3}^+|), \quad (9)$$

$$d_{ij}^d = \frac{1}{6} (|a_{ij1}^{(k)} - a_{ij1}^d| + |a'_{ij1}{}^{(k)} - a'_{ij1}{}^d| + 2|a_{ij2}^{(k)} - a_{ij2}^d| + |a'_{ij3}{}^{(k)} - a'_{ij3}{}^d| + |a_{ij3}^{(k)} - a_{ij3}^d|), \quad (10)$$

$$d_{ij}^u = \frac{1}{6} (|a_{ij1}^{(k)} - a_{ij1}^u| + |a'_{ij1}{}^{(k)} - a'_{ij1}{}^u| + 2|a_{ij2}^{(k)} - a_{ij2}^u| + |a'_{ij3}{}^{(k)} - a'_{ij3}{}^u| + |a_{ij3}^{(k)} - a_{ij3}^u|). \quad (11)$$

$\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)}$  的贴近度为:

$$c_{ij}^{(k)} = \frac{d_{ij}^u + d_{ij}^d}{d_{ij}^u + d_{ij}^d + d_{ij}^+}, i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, t. \quad (12)$$

方案  $A_i$  相对于属性  $B_j$  的决策者  $E_k$  的权重由以下公式给出:

$$\omega_{ij}^{(k)} = \frac{c_{ij}^{(k)}}{\sum_{k=1}^t c_{ij}^{(k)}}, i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n, k=1, 2, \dots, t. \quad (13)$$

其中  $\omega_{ij}^{(k)} \geq 0$ ,  $\sum_{k=1}^t \omega_{ij}^{(k)} = 1$ .

不同的决策者给出的评价价值可以利用

$$\tilde{\alpha}_{ij} = \omega_{ij}^{(1)} \tilde{\alpha}_{ij}^{(1)} + \omega_{ij}^{(2)} \tilde{\alpha}_{ij}^{(2)} + \dots + \omega_{ij}^{(t)} \tilde{\alpha}_{ij}^{(t)} \quad (14)$$

集结成综合评价值  $\tilde{\alpha}_{ij}$ , 再构成决策矩阵

$$D = (\tilde{\alpha}_{ij})_{m \times n}. \quad (15)$$

在决策过程中,经常会遇到属性权重信息是部分已知的情况.一般地,部分已知的属性权重信息可以由如下集合表示<sup>[17-18]</sup>:

- (1)  $\{\omega_i \geq \omega_j\}, i \neq j$ ;
- (2)  $\{\omega_i - \omega_j \geq \epsilon_i (> 0)\}, i \neq j$ ;
- (3)  $\{\omega_i \geq \alpha_i \omega_i\}, 0 \leq \alpha_i \leq 1, i \neq j$ ;
- (4)  $\{\beta_i \leq \omega_j \leq \beta_j + \epsilon_j\}, 0 \leq \beta_j \leq \beta_j + \epsilon_j \leq 1$ ;

$$(5) \{ \omega_i - \omega_j \geq \omega_k - \omega_l \}, i \neq j \neq k \neq l.$$

为了确定属性的权重信息,首先定义区间三角模糊正理想解

$$\tilde{A}^+ = (\tilde{\alpha}_1^+, \tilde{\alpha}_2^+, \dots, \tilde{\alpha}_n^+) = (\max_i \tilde{\alpha}_{i1}, \max_i \tilde{\alpha}_{i2}, \dots, \max_i \tilde{\alpha}_{in}) \quad (16)$$

和区间三角模糊负理想解

$$\tilde{A}^- = (\tilde{\alpha}_1^-, \tilde{\alpha}_2^-, \dots, \tilde{\alpha}_n^-) = (\min_i \tilde{\alpha}_{i1}, \min_i \tilde{\alpha}_{i2}, \dots, \min_i \tilde{\alpha}_{in}). \quad (17)$$

根据  $\tilde{\alpha}_{ij}$  到其正负理想解的距离集结每个评价值计算贴近度

$$c_{ij} = \frac{d(\tilde{\alpha}_{ij}, \tilde{\alpha}_j^-)}{d(\tilde{\alpha}_{ij}, \tilde{\alpha}_j^+) + d(\tilde{\alpha}_{ij}, \tilde{\alpha}_j^-)}, i=1, 2, \dots, m, j=1, 2, \dots, n, \quad (18)$$

进一步可得加权贴近度:

$$c_i = \sum_{j=1}^n c_{ij} \omega_j, i=1, 2, \dots, m. \quad (19)$$

一个理想权重的选择应使贴近度尽可能大.建立多目标优化模型如下:

$$\begin{aligned} \max & \left\{ \sum_{j=1}^n c_{1j} \omega_j, \sum_{j=1}^n c_{2j} \omega_j, \dots, \sum_{j=1}^n c_{mj} \omega_j \right\}, \\ & W \in H, \\ \text{s.t. } & \omega_j \geq 0, j=1, 2, \dots, n, \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1. \end{aligned} \quad (M-1)$$

因各方案是同等重要的,上述多目标优化模型可由如下单目标优化模型代替:

$$\begin{aligned} \max & \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} \omega_j, \\ & W \in H, \\ \text{s.t. } & \omega_j \geq 0, j=1, 2, \dots, n, \\ & \omega_1 + \omega_2 + \dots + \omega_n = 1. \end{aligned} \quad (M-2)$$

某些情况属性权重是完全未知的,在这种情况下,根据以下原则来确定属性的权重:属性的集结评价值接近区间直觉模糊正理想解,同时远离区间直觉模糊负理想解时应该被赋予一个较大的权重.据此,属性权重可以由如下公式得出:

$$\omega_j = \frac{c_j}{\sum_{j=1}^n c_j} = \frac{\sum_{i=1}^m c_{ij}}{\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m c_{ij}}, j=1, \dots, n, \omega_j \geq 0, \sum_{j=1}^n \omega_j = 1. \quad (20)$$

下面我们给出基于新权重方法的一个区间直觉模糊集多属性群决策方法.

步骤 1: 决策者  $Ek$  给出方案  $A_i$  相对于属性  $B_j$  的评价值  $\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)} = [(a_{ij1}^{(k)}, a'_{ij1}^{(k)}), a_{ij2}^{(k)}, (a'_{ij3}^{(k)}, a_{ij3}^{(k)})]$ ,  $k=1, 2, \dots, t$ , 进一步构成决策矩阵:  $D^{(k)} = (\tilde{\alpha}_{ij}^{(k)})_{m \times n}$ .

步骤 2: 根据式(6), (7)和(8)计算区间三角模糊正理想决策矩阵  $\tilde{D}^+ = (\tilde{\alpha}_{ij}^+)_{m \times n}$  和区间三角模糊负理想决策矩阵  $\tilde{D}^- = (\tilde{\alpha}_{ij}^-)_{m \times n}$ .

步骤 3: 根据式(9), (10), (11)和(12)计算每个评价值的贴近度.

步骤 4: 如果属性权重完全已知, 直接进行步骤 5. 如果属性权重部分已知, 则用  $(M-2)$  计算出属性权重. 如果属性权重完全未知, 则用式(20)计算出属性权重.

步骤 5: 计算加权决策矩阵  $D' = (\tilde{\alpha}'_{ij})_{m \times n}$  其中  $\tilde{\alpha}'_{ij} = \omega_j \tilde{\alpha}_{ij}$ .  $W = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n)$  是属性权重的集合.

步骤 6: 由以下公式计算  $\tilde{\alpha}'_{ij}$  与区间三角模糊正负理想解之间的距离:

$$d_i^+ = \sum_{j=1}^n d(\tilde{\alpha}'_{ij}, \alpha_j^+), i=1, 2, \dots, m, \quad (21)$$

$$d_i^- = \sum_{j=1}^n d(\tilde{\alpha}'_{ij}, \alpha_j^-), i=1, 2, \dots, m. \quad (22)$$

步骤 7: 计算每个方案的相对贴近度

$$c_i = \frac{d_i^-}{d_i^- + d_i^+}, i=1, 2, \dots, m. \quad (23)$$

步骤 8: 根据相对贴近度的大小对方案进行排序并选出最优方案.

## 4 算法实例

某个风险投资公司想要进行高科技项目投资问题, 有四个备选企业可供选择, 分别为  $A_1, A_2, A_3, A_4$ . 经过研究制定了四项评估指标: 管理能力( $B_1$ ), 生产能力( $B_2$ ), 风险承担能力( $B_3$ )和企业战略一致性( $B_4$ ). 将三位决策者给出的评价信息经过处理后得到了区间三角模糊决策矩阵  $D^{(k)}$  ( $k=1, 2, 3$ ), 如表 1, 表 2, 表 3 所示. 在属性权重信息分别为: 属性权重完全已知, 部分已知, 完全未知的情况下, 我们用上述算法选出最优投资项目.

步骤 1: 决策者给出方案关于属性的评价价值构成区间三角模糊决策矩阵  $D^{(k)}$  ( $k=1, 2, 3$ ), 如表 1, 表 2, 表 3 所示.

步骤 2: 根据式(6), (7)和(8)计算区间三角模糊正理想决策矩阵  $\tilde{D}^+ = (\tilde{\alpha}_{ij}^+)_{4 \times 4}$  和区间三角模糊负理想决策矩阵  $\tilde{D}^- = (\tilde{\alpha}_{ij}^-)_{4 \times 4}$ , 如表 4, 5, 6 所示.

表 1 区间三角模糊决策矩阵  $D^{(1)}$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\begin{bmatrix} (0.45, 0.55); 0.70; \\ (0.80, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.63, 0.76)	$\begin{bmatrix} (0.20, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.40) \end{bmatrix}$ (0.32, 0.37)	$\begin{bmatrix} (0.55, 0.75); 0.90; \\ (0.95, 1.00) \end{bmatrix}$ (0.82, 0.93)	$\begin{bmatrix} (0.60, 0.65); 0.75; \\ (0.80, 0.85) \end{bmatrix}$ (0.71, 0.78)
$A_2$	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.30); 0.40; \\ (0.45, 0.50) \end{bmatrix}$ (0.36, 0.43)	$\begin{bmatrix} (0.35, 0.40); 0.45; \\ (0.50, 0.55) \end{bmatrix}$ (0.43, 0.48)	$\begin{bmatrix} (0.30, 0.35); 0.40; \\ (0.40, 0.50) \end{bmatrix}$ (0.38, 0.42)	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{bmatrix}$ (0.33, 0.38)
$A_3$	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.35); 0.50; \\ (0.65, 0.75) \end{bmatrix}$ (0.43, 0.57)	$\begin{bmatrix} (0.35, 0.40); 0.45; \\ (0.50, 0.60) \end{bmatrix}$ (0.43, 0.48)	$\begin{bmatrix} (0.40, 0.45); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{bmatrix}$ (0.48, 0.55)	$\begin{bmatrix} (0.75, 0.80); 0.85; \\ (0.90, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.83, 0.88)
$A_4$	$\begin{bmatrix} (0.80, 0.85); 0.90; \\ (0.95, 1.00) \end{bmatrix}$ (0.88, 0.93)	$\begin{bmatrix} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.85, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.78, 0.83)	$\begin{bmatrix} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.85, 0.90) \end{bmatrix}$ (0.84, 0.89)	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.35); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{bmatrix}$ (0.43, 0.55)

表 2 区间三角模糊决策矩阵  $D^{(2)}$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\begin{bmatrix} (0.60, 0.65); 0.70; \\ (0.70, 0.80) \end{bmatrix}$ (0.68, 0.72)	$\begin{bmatrix} (0.45, 0.55); 0.60; \\ (0.70, 0.85) \end{bmatrix}$ (0.57, 0.66)	$\begin{bmatrix} (0.75, 0.80); 0.85; \\ (0.95, 1.00) \end{bmatrix}$ (0.83, 0.89)	$\begin{bmatrix} (0.50, 0.65); 0.70; \\ (0.85, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.66, 0.77)
$A_2$	$\begin{bmatrix} (0.55, 0.60); 0.70; \\ (0.80, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.66, 0.77)	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.35); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{bmatrix}$ (0.43, 0.55)	$\begin{bmatrix} (0.45, 0.55); 0.60; \\ (0.65, 0.75) \end{bmatrix}$ (0.57, 0.63)	$\begin{bmatrix} (0.65, 0.70); 0.75; \\ (0.85, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.73, 0.80)
$A_3$	$\begin{bmatrix} (0.60, 0.65); 0.70; \\ (0.75, 0.80) \end{bmatrix}$ (0.68, 0.73)	$\begin{bmatrix} (0.75, 0.80); 0.85; \\ (0.90, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.83, 0.89)	$\begin{bmatrix} (0.30, 0.35); 0.40; \\ (0.45, 0.50) \end{bmatrix}$ (0.38, 0.43)	$\begin{bmatrix} (0.20, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{bmatrix}$ (0.32, 0.38)
$A_4$	$\begin{bmatrix} (0.60, 0.70); 0.80; \\ (0.85, 0.90) \end{bmatrix}$ (0.75, 0.83)	$\begin{bmatrix} (0.30, 0.40); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{bmatrix}$ (0.45, 0.55)	$\begin{bmatrix} (0.50, 0.60); 0.70; \\ (0.80, 0.90) \end{bmatrix}$ (0.65, 0.75)	$\begin{bmatrix} (0.35, 0.45); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{bmatrix}$ (0.47, 0.55)



表 3 区间三角模糊决策矩阵  $D^{(3)}$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\begin{bmatrix} (0.65, 0.70); 0.80; \\ (0.85, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.76, 0.83)	$\begin{bmatrix} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.90, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.78, 0.84)	$\begin{bmatrix} (0.55, 0.75); 0.90; \\ (0.95, 1.00) \end{bmatrix}$ (0.82, 0.93)	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{bmatrix}$ (0.33, 0.38)
$A_2$	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.30); 0.40; \\ (0.45, 0.50) \end{bmatrix}$ (0.36, 0.43)	$\begin{bmatrix} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.85, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.78, 0.83)	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.35); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{bmatrix}$ (0.33, 0.38)	$\begin{bmatrix} (0.20, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{bmatrix}$ (0.32, 0.38)
$A_3$	$\begin{bmatrix} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.90, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.78, 0.84)	$\begin{bmatrix} (0.45, 0.55); 0.60; \\ (0.70, 0.85) \end{bmatrix}$ (0.57, 0.66)	$\begin{bmatrix} (0.40, 0.45); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{bmatrix}$ (0.48, 0.55)	$\begin{bmatrix} (0.65, 0.70); 0.75; \\ (0.85, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.73, 0.80)
$A_4$	$\begin{bmatrix} (0.30, 0.35); 0.40; \\ (0.40, 0.50) \end{bmatrix}$ (0.38, 0.42)	$\begin{bmatrix} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.85, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.78, 0.83)	$\begin{bmatrix} (0.25, 0.35); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{bmatrix}$ (0.33, 0.38)	$\begin{bmatrix} (0.45, 0.55); 0.70; \\ (0.80, 0.95) \end{bmatrix}$ (0.63, 0.76)

表 4 区间三角模糊正理想决策矩阵  $D^+$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\begin{bmatrix} (0.57, 0.63); 0.73; \\ (0.78, 0.90) \end{bmatrix}$ (0.69, 0.77)	$\begin{bmatrix} (0.45, 0.53); 0.58; \\ (0.67, 0.73) \end{bmatrix}$ (0.55, 0.62)	$\begin{bmatrix} (0.62, 0.77); 0.88; \\ (0.95, 1.00) \end{bmatrix}$ (0.82, 0.91)	$\begin{bmatrix} (0.45, 0.53); 0.60; \\ (0.68, 0.75) \end{bmatrix}$ (0.56, 0.64)
$A_2$	$\begin{bmatrix} (0.35, 0.40); 0.50; \\ (0.57, 0.65) \end{bmatrix}$ (0.46, 0.54)	$\begin{bmatrix} (0.43, 0.50); 0.58; \\ (0.65, 0.73) \end{bmatrix}$ (0.54, 0.62)	$\begin{bmatrix} (0.33, 0.42); 0.45; \\ (0.48, 0.57) \end{bmatrix}$ (0.43, 0.48)	$\begin{bmatrix} (0.37, 0.43); 0.48; \\ (0.55, 0.62) \end{bmatrix}$ (0.45, 0.52)
$A_3$	$\begin{bmatrix} (0.52, 0.58); 0.67; \\ (0.77, 0.83) \end{bmatrix}$ (0.63, 0.71)	$\begin{bmatrix} (0.52, 0.58); 0.63; \\ (0.70, 0.80) \end{bmatrix}$ (0.60, 0.67)	$\begin{bmatrix} (0.37, 0.42); 0.47; \\ (0.55, 0.63) \end{bmatrix}$ (0.45, 0.51)	$\begin{bmatrix} (0.53, 0.60); 0.65; \\ (0.72, 0.78) \end{bmatrix}$ (0.62, 0.68)
$A_4$	$\begin{bmatrix} (0.57, 0.63); 0.70; \\ (0.73, 0.80) \end{bmatrix}$ (0.67, 0.72)	$\begin{bmatrix} (0.57, 0.63); 0.70; \\ (0.68, 0.75) \end{bmatrix}$ (0.67, 0.71)	$\begin{bmatrix} (0.48, 0.57); 0.65; \\ (0.68, 0.75) \end{bmatrix}$ (0.61, 0.67)	$\begin{bmatrix} (0.35, 0.45); 0.57; \\ (0.67, 0.78) \end{bmatrix}$ (0.51, 0.62)

表 5 区间三角模糊负理想决策矩阵  $D''$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\left[ \begin{array}{c} (0.65, 0.70); 0.80; \\ (0.85, 0.95) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.90, 0.95) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.55, 0.75); 0.90; \\ (0.95, 1.00) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.60, 0.65); 0.75; \\ (0.80, 0.85) \end{array} \right]$
$A_2$	$\left[ \begin{array}{c} (0.55, 0.60); 0.70; \\ (0.80, 0.95) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.85, 0.95) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.45, 0.55); 0.60; \\ (0.65, 0.75) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.65, 0.70); 0.75; \\ (0.85, 0.95) \end{array} \right]$
$A_3$	$\left[ \begin{array}{c} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.90, 0.95) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.75, 0.80); 0.85; \\ (0.90, 0.95) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.40, 0.45); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.75, 0.80); 0.85; \\ (0.90, 0.95) \end{array} \right]$
$A_4$	$\left[ \begin{array}{c} (0.80, 0.85); 0.90; \\ (0.95, 1.00) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.70, 0.75); 0.80; \\ (0.85, 0.95) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.70, 0.75); 0.90; \\ (0.85, 0.90) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.45, 0.55); 0.70; \\ (0.80, 0.95) \end{array} \right]$

表 6 区间三角模糊负理想决策矩阵  $D^d$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\left[ \begin{array}{c} (0.60, 0.65); 0.70; \\ (0.70, 0.80) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.20, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.40) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.75, 0.80); 0.85; \\ (0.95, 1.00) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.25, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{array} \right]$
$A_2$	$\left[ \begin{array}{c} (0.25, 0.30); 0.40; \\ (0.45, 0.50) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.35, 0.40); 0.45; \\ (0.50, 0.55) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.25, 0.35); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.20, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{array} \right]$
$A_3$	$\left[ \begin{array}{c} (0.25, 0.35); 0.50; \\ (0.65, 0.75) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.35, 0.40); 0.45; \\ (0.50, 0.60) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.30, 0.35); 0.40; \\ (0.45, 0.50) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.20, 0.30); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{array} \right]$
$A_4$	$\left[ \begin{array}{c} (0.30, 0.35); 0.40; \\ (0.40, 0.50) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.30, 0.40); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.25, 0.35); 0.35; \\ (0.40, 0.45) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.25, 0.35); 0.50; \\ (0.60, 0.70) \end{array} \right]$

表 7 区间三角模糊集结决策矩阵  $D$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\left[ \begin{array}{c} (0.56, 0.63); 0.69; \\ (0.78, 0.90) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.45, 0.54); 0.59; \\ (0.67, 0.75) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.62, 0.77); 0.89; \\ (0.96, 1.00) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.46, 0.54); 0.61; \\ (0.70, 0.77) \end{array} \right]$
$A_2$	$\left[ \begin{array}{c} (0.34, 0.39); 0.48; \\ (0.55, 0.67) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.41, 0.48); 0.57; \\ (0.64, 0.68) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.33, 0.40); 0.44; \\ (0.47, 0.56) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.33, 0.42); 0.47; \\ (0.53, 0.60) \end{array} \right]$
$A_3$	$\left[ \begin{array}{c} (0.53, 0.59); 0.68; \\ (0.77, 0.83) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.51, 0.58); 0.64; \\ (0.70, 0.80) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.36, 0.42); 0.47; \\ (0.57, 0.64) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.55, 0.61); 0.66; \\ (0.73, 0.79) \end{array} \right]$
$A_4$	$\left[ \begin{array}{c} (0.59, 0.66); 0.74; \\ (0.77, 0.84) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.57, 0.64); 0.71; \\ (0.78, 0.87) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.48, 0.57); 0.62; \\ (0.70, 0.76) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.35, 0.45); 0.56; \\ (0.65, 0.78) \end{array} \right]$

表 8 区间三角模糊加权决策矩阵  $D'$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\begin{bmatrix} (0.11,0.13);0.14; \\ (0.16,0.18) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.18,0.22);0.24; \\ (0.27,0.30) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.09,0.12);0.13; \\ (0.14,0.15) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.12,0.14);0.15; \\ (0.18,0.19) \end{bmatrix}$
$A_2$	$\begin{bmatrix} (0.07,0.08);0.10; \\ (0.11,0.13) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.16,0.19);0.23; \\ (0.26,0.27) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.05,0.06);0.07; \\ (0.07,0.08) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.08,0.11);0.12; \\ (0.13,0.15) \end{bmatrix}$
$A_3$	$\begin{bmatrix} (0.11,0.12);0.14; \\ (0.15,0.17) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.20,0.23);0.26; \\ (0.28,0.32) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.05,0.06);0.07; \\ (0.09,0.10) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.14,0.15);0.17; \\ (0.18,0.20) \end{bmatrix}$
$A_4$	$\begin{bmatrix} (0.12,0.13);0.15; \\ (0.15,0.17) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.23,0.26);0.28; \\ (0.31,0.35) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.07,0.09);0.09; \\ (0.11,0.11) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} (0.09,0.11);0.14; \\ (0.16,0.20) \end{bmatrix}$

表 9 每个方案的相对贴近度

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$d_i^+$	2.29	2.47	2.33	2.30
$d_i^-$	1.29	1.45	1.32	1.29
$c_i$	0.3603	0.3699	0.3616	0.3593

步骤 3:对于每个决策者  $E_1, E_2, E_3$ , 计算每个评价值  $\alpha_{ij}^{(k)}$  到正理想评价值  $\alpha_{ij}^+$  与负理想评价值  $\alpha_{ij}^u, \alpha_{ij}^d$  之间的距离.然后根据式(12)计算贴近度,根据式(13)计算专家权重.然后利用公式(14)将不同决策者给出的评价值集结成综合评价价值,构成决策矩阵  $D$ ,如表 7 所示.

步骤 4 和 5:若已知的属性权重信息为  $W=(0.2,0.4,0.15,0.25)$  计算加权决策矩阵

$D'=(\tilde{\alpha'}_{ij})_{4\times 4}, \tilde{\alpha'}_{ij}=\omega_j\tilde{\alpha}_{ij}$ , 计算结果如表 8 所示.

步骤 6:计算每个方案的综合评价价值与其区间三角模糊正理想解  $A^+$  和区间三角模糊负理想解  $A^-$  之间的距离,分别用  $d_1^+, d_2^+, d_3^+, d_4^+, d_1^-, d_2^-, d_3^-, d_4^-$  表示.

步骤 7:根据式(23)计算每个方案的相对贴近度,步骤 6 和步骤 7 的计算结果如表 9 所示.

步骤 8:根据相对贴近度的大小对方案进行排序并选出最优方案.

$A_2>A_3>A_1>A_4$  最优投资项目为: $A_2$ .

在上述例子中,不同决策者对于不同评价值的权重是不同的.并且通过这个方法确定的权重能够减少过高或过低的评价值对排序结果的影响.为了证明该方法的优越性,我们将该方法与专家权重预先给出的情况进行比较.例如,专家权重为  $(0.2,0.3,0.5)$ ,由(13)将不同决策者

给出的评价值集结成综合评价价值构成决策矩阵,如表 10 所示.

表 10 区间三角模糊集集结决策矩阵  $D(1)$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\left[ \begin{array}{c} (0.60, 0.66); 0.75; \\ (0.80, 0.91) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.53, 0.61); 0.65; \\ (0.74, 0.82) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.62, 0.77); 0.86; \\ (0.96, 1) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.62, 0.77); 0.89; \\ (0.96, 1) \end{array} \right]$
$A_2$	$\left[ \begin{array}{c} (0.35, 0.39); 0.49; \\ (0.56, 0.64) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.50, 0.57); 0.64; \\ (0.71, 0.80) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.33, 0.42); 0.44; \\ (0.48, 0.56) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.37, 0.42); 0.48; \\ (0.54, 0.61) \end{array} \right]$
$A_3$	$\left[ \begin{array}{c} (0.58, 0.65); 0.71; \\ (0.81, 0.87) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.50, 0.55); 0.61; \\ (0.66, 0.76) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.37, 0.43); 0.47; \\ (0.56, 0.64) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.57, 0.63); 0.69; \\ (0.74, 0.81) \end{array} \right]$
$A_4$	$\left[ \begin{array}{c} (0.49, 0.56); 0.62; \\ (0.65, 0.65) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.58, 0.65); 0.71; \\ (0.78, 0.88) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.42, 0.51); 0.55; \\ (0.61, 0.68) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.30, 0.38); 0.46; \\ (0.54, 0.64) \end{array} \right]$

若已知属性权重信息为  $W = (0.2, 0.4, 0.15, 0.25)$ , 则计算加权决策矩阵  $D' = (\tilde{\alpha}'_{ij})_{4 \times 4}$ ,  $\tilde{\alpha}'_{ij} = \omega_j \tilde{\alpha}_{ij}$ , 如表 11 所示. 进一步我可以计算得到每个方案的相对贴程度, 如表 12 所示.

表 11 区间三角模糊集加权决策矩阵  $D'(1)$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\left[ \begin{array}{c} (0.12, 0.13); 0.15; \\ (0.16, 0.18) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.21, 0.24); 0.26; \\ (0.30, 0.33) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.09, 0.12); 0.13; \\ (0.14, 0.15) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.16, 0.19); 0.22; \\ (0.24, 0.25) \end{array} \right]$
$A_2$	$\left[ \begin{array}{c} (0.07, 0.08); 0.10; \\ (0.11, 0.13) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.20, 0.23); 0.26; \\ (0.28, 0.32) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.05, 0.06); 0.07; \\ (0.07, 0.08) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.09, 0.11); 0.12; \\ (0.14, 0.15) \end{array} \right]$
$A_3$	$\left[ \begin{array}{c} (0.12, 0.13); 0.14; \\ (0.16, 0.17) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.20, 0.22); 0.24; \\ (0.26, 0.30) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.06, 0.06); 0.07; \\ (0.08, 0.10) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.14, 0.16); 0.17; \\ (0.19, 0.20) \end{array} \right]$
$A_4$	$\left[ \begin{array}{c} (0.10, 0.11); 0.12; \\ (0.13, 0.13) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.23, 0.26); 0.28; \\ (0.31, 0.35) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.06, 0.08); 0.08; \\ (0.09, 0.10) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{c} (0.08, 0.10); 0.12; \\ (0.14, 0.16) \end{array} \right]$

表 12 每个方案的相对贴程度

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$d_i^+$	2.37	2.62	2.53	2.56
$d_i^-$	1.26	1.47	1.37	1.40
$c_i$	0.3471	0.3594	0.3513	0.3535

根据贴程度大小进行排序:  $A_2 > A_4 > A_3 > A_1$ , 最优投资项目为:  $A_2$ .

以上排序结果和用刚刚的算法得到的排序结果是不同的.在这种情况下,决策者对于所有属性的权重是相同的.但是在实际的决策问题中,由于决策问题的复杂性,就需要更多的知识来解决决策问题.由于专家很可能对一些属性熟悉而对另一些不熟悉,这就促使他们对一些属性给出合理的评价值,同时对其它属性给出不合理的.将该算法和现有的方法进行比较,可以发现,该算法能够降低过高或过低的评价值对于排序结果的影响.

对于权重信息部分已知的情况,往往先构建一个单目标线性规划模型,再按如下步骤对方案进行排序.设已知的部分权重信息为:

$$H = \left\{ \begin{array}{l} 0.15 \leq \omega_1 \leq 0.23, 0.26 \leq \omega_2 \leq 0.3, 0.18 \leq \omega_3 \leq 0.21, 0.26 \leq \omega_4 \leq 0.41, \omega_3 \leq \omega_4, \omega_j \geq 0, \\ j = 1, 2, 3, 4, \sum_{j=1}^4 \omega_j = 1. \end{array} \right\}$$

构建单目标线性规划模型

$$\begin{array}{l} \max 1.68\omega_1 + 0.81\omega_2 + 0.57\omega_3 + 1.20\omega_4, \\ s.t. \quad W \in H. \end{array} \quad (M-3)$$

求解该模型,我们可以得到属性的权重向量(0.23, 0.26, 0.18, 0.33)进一步,可以计算得到加权决策矩阵  $D'(2)$ , 计算结果如表 13 所示.接着可以求出每个方案的相对贴近度,如表 14 所示.然后可以根据相对贴近度的大小对方案进行排序.

属性权重完全未知时,可以根据相对贴近度的大小对方案进行排序.

先根据式(18)计算  $\alpha_{ij}$  的贴近度  $c_{ij}$ , 如表 15 所示,再根据式(20)计算属性权重得(0.394, 0.190, 0.134, 0.282).进一步可以得到加权决策矩阵  $D'(3)$ , 如表 16 所示.接着可以计算得到每个方案的相对贴近度,计算结果如表 17 所示.

表 13 区间三角模糊集加权决策矩阵  $D'(2)$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\left[ \begin{array}{l} (0.13, 0.14); 0.16; \\ (0.18, 0.21) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.12, 0.14); 0.15; \\ (0.17, 0.20) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.11, 0.14); 0.16; \\ (0.17, 0.18) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.15, 0.18); 0.20; \\ (0.23, 0.25) \end{array} \right]$
$A_2$	$\left[ \begin{array}{l} (0.08, 0.09); 0.11; \\ (0.13, 0.15) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.11, 0.12); 0.15; \\ (0.17, 0.18) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.06, 0.07); 0.08; \\ (0.08, 0.10) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.11, 0.14); 0.16; \\ (0.17, 0.20) \end{array} \right]$
$A_3$	$\left[ \begin{array}{l} (0.12, 0.14); 0.16; \\ (0.18, 0.19) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.13, 0.15); 0.17; \\ (0.18, 0.21) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.06, 0.08); 0.08; \\ (0.10, 0.12) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.18, 0.20); 0.22; \\ (0.24, 0.26) \end{array} \right]$
$A_4$	$\left[ \begin{array}{l} (0.14, 0.15); 0.17; \\ (0.18, 0.19) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.15, 0.17); 0.18; \\ (0.20, 0.23) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.09, 0.10); 0.11; \\ (0.13, 0.14) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.12, 0.15); 0.18; \\ (0.21, 0.26) \end{array} \right]$

表 14 每个方案的相对贴近度

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$d_i^+$	2.29	2.47	2.34	2.31
$d_i^-$	1.28	1.45	1.32	1.31
$c_i$	0.3585	0.3699	0.3607	0.3619

根据贴近度大小进行排序: $A_2 > A_4 > A_3 > A_1$ , 最优投资项目为: $A_2$ .

表 15  $\alpha_{ij}$  贴近度  $c_{ij}$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	0.85	0.25	0	0.75
$A_2$	0	0	0	0
$A_3$	0.83	0.56	0.12	0
$A_4$	0	0	0.45	0.45

表 16 区间三角模糊集加权决策矩阵  $D'(3)$

	$B_1$	$B_2$	$B_3$	$B_4$
$A_1$	$\left[ \begin{array}{l} (0.22, 0.25); 0.27; \\ (0.31, 0.35) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.09, 0.10); 0.11; \\ (0.13, 0.14) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.08, 0.10); 0.12; \\ (0.13, 1.13) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.13, 0.15); 0.17; \\ (0.20, 0.22) \end{array} \right]$
$A_2$	$\left[ \begin{array}{l} (0.13, 0.15); 0.19; \\ (0.22, 0.26) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.08, 0.09); 0.11; \\ (0.12, 0.13) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.04, 0.05); 0.06; \\ (0.06, 0.08) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.09, 0.12); 0.13; \\ (0.15, 0.17) \end{array} \right]$
$A_3$	$\left[ \begin{array}{l} (0.21, 0.23); 0.27; \\ (0.30, 0.33) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.10, 0.11); 0.12; \\ (0.13, 0.15) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.05, 0.06); 0.06; \\ (0.08, 0.09) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.16, 0.17); 0.19; \\ (0.21, 0.22) \end{array} \right]$
$A_4$	$\left[ \begin{array}{l} (0.23, 0.26); 0.29; \\ (0.30, 0.33) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.11, 0.12); 0.13; \\ (0.15, 0.17) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.06, 0.08); 0.08; \\ (0.09, 0.10) \end{array} \right]$	$\left[ \begin{array}{l} (0.10, 0.13); 0.16; \\ (0.18, 0.22) \end{array} \right]$

表 17 每个方案的相对贴近度

	$A_1$	$A_2$	$A_3$	$A_4$
$d_i^+$	2.28	2.48	2.32	2.3
$d_i^-$	1.29	1.47	1.31	1.29
$c_i$	0.3613	0.3722	0.3609	0.3593

根据贴近度大小进行排序: $A_2 > A_1 > A_3 > A_4$ , 最优投资项目为: $A_2$ .

## 5 结束语

本文给出了一个基于 TOPSIS 的区间三角模糊集群决策方法.文中,由不同决策者给出的评价值的权重是由 TOPSIS 方法确定的,这种新的权重确定方法能够减少过高或过低的评价值对排序结果的影响.对于属性权重,本文考虑了不同情形下的属性权重.如果属性权重部分已知,可以通过求解一个线性规划模型来得到属性权重;如果属性权重完全未知,可以根据以下原则来确定属性权重:接近正理想点同时远离负理想点的属性应该被赋予一个较大的权重,否则就应该被赋予一个较小的权重.最后通过一个实例证明了该方法的可行性和有效性.

## 参考文献

- [1] 廖虎昌. 复杂模糊多属性决策理论与方法[M].北京:科学出版社, 2016.
- [2] 吴群,吴澎,周礼刚. 基于联系数的区间二元语义模糊多属性群决策方法[J].重庆工商大学学报(自然科学版), 2016, 33(1):1-8.
- [3] Zhou L., Tao Z., Chen H., et al. Continuous interval valued intuitionistic fuzzy aggregation operators and their applications to group decision making[J]. Applied Mathematical Modelling, 2014, 38(7-8):2190-2205.
- [4] 汪新凡. 基于联系数纯语言多属性群决策方法[J]. 重庆工商大学学报(自然科学版), 2006, 23(6):580-584.
- [5] 杨雷,漆国怀. 属性值和权重均是区间三角模糊数的群体决策方法[J]. 2017, 31(1): 179-186.
- [6] Zhang S. F., Liu S. Y., Zhai R. H. An extended GRA method for MCDM with interval-valued triangular fuzzy assessments and unknown weights[J]. Computer & Industrial Engineering, 2011, 61(4): 1336-1341.
- [7] 张市芳. 动态区间三角模糊多属性决策的 TOPSIS 扩展方法[J]. 数学的实践与认识, 2013, 43(18): 183-187.
- [8] Zhang H.M. The multi attribute group decision making method based on aggregation operators with interval-valued 2-type linguistic information Original Research Article[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2012, 56(1): 27-35.
- [9] Ashtiani B., Haghighirad F., Makui A., Montazer G. A. Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets[J]. Applied Soft Computing, 2009, 9: 457-461.
- [10] Vahdani B., Hadipour H., Sadaghiani J. S., Amiri M. Extension of VIKOR method based on interval-

- valued fuzzy sets[J]. International Journal of Advanced Manufacturing Technology, 2010, 47: 1231—1239.
- [11] 要瑞璞, 沈惠璋. 基于区间值三角模糊数的多属性群决策方法[J]. 数学的实践与认识, 2015, 45(20): 197—203.
- [12] Hwang C. L., Yoon K. Multiple attribute decision making. Methods and Applications, 1981, Berlin: Springer.
- [13] Chen Z. P., Yang W. An MAGDM based on constrained FAHP and FTOPSIS and its application to supplier selection[J]. Mathematical and Computer Modelling, 2011, 54: 2802—2815.
- [14] Chen C. T. Extensions of the TOPSIS for group decision-making under fuzzy environment[J]. Fuzzy Sets and Systems, 2000, 114: 1—9.
- [15] Ashtiani B., Haghighirad F., Makui A., Montazer G. A. Extension of fuzzy TOPSIS method based on interval-valued fuzzy sets[J]. Applied Soft Computing, 2009, 9: 457—461.
- [16] Zhang S. F., Liu S. Y., Zhai R. H. An extended GRA method for MCDM with interval-valued triangular fuzzy assessments and unknown weights[J]. Computers Industrial Engineering, 2011, 61(4): 1336—1341.
- [17] Lee K. S., Park K. S., Eum Y. S., et al. Extended methods for identifying dominance and potential optimality in multicriteria analysis with imprecise information[J]. European Journal of Operational Research, 2001, 134(3): 557—563.
- [18] Kim S. H., Han C. H. An interactive procedure for multiple attribute group decision making procedure with incomplete information[J]. Computers & Operational Research, 1999, 26(8): 755—772.